
Paradigmi e linguaggi di programmazione

Linguaggi formali e Modelli per l'Informatica

Sommario

- ✓ Modelli per l'Informatica
 - ✓ Introduzione
 - ✓ Linguaggi formali
 - ✓ Definizione
 - ✓ Espressioni regolari
 - ✓ Grammatiche generative
 - ✓ E Classificazione di Chomsky
 - ✓ Traduzione come comprensione di un linguaggio
 - ✓ Introduzione al Natural Language Processing
 - ✓ Il formalismo delle macchine (gli automi)
 - ✓ E tesi di Church risoluzione meccanica di problemi
 - ✓ I compilatori
-

Richiami linguaggi formali

Bibliografia

- Dino Mandrioli, Paola Spoletini, Informatica teorica, Editore Città studi Milano- collana: Informatica, 2011
 - Dino Mandrioli, Carlo Ghezzi, Informatica teorica, Editore Città studi Milano - collana: Informatica, 1989
-
- Han, Zdravko Dovedan, Kristina Kocijan, and Vjera Lopina. "PYTHON as Pseudo Language for Formal Language Theory." MIPRO 2016-Computers in education (CE). 2016.
 - http://docs.mipro-proceedings.com/ce/ce_33_3859.pdf
 - <https://github.com/dragonwasrobot/formal-language>



C'è ancora ricerca ...

EUDroid: a formal language specifying the behaviour of IoT devices

[P. Buono](#), [F. Cassano](#), [A. Legretto](#), [A. Piccinno](#) - IET Software, 2018 - IET

Recent technologies are offering today many possibilities to end users, which ask for continuous support in a variety of situations. Internet of things (IoT) and the proliferation of smart devices are offering many opportunities that raise the need to standardise protocols ...

☆ 99 Citato da 7 Articoli correlati Tutte e 2 le versioni Web of Science: 3

Kevm: A complete formal semantics of the ethereum virtual machine

[E Hildenbrandt](#), [M Saxena](#), [N Rodrigues](#)... - 2018 IEEE 31st ..., 2018 - ieeexplore.ieee.org

... 2018, Everett Hildenbrandt ... is a rewriting based framework for defining executable semantic specifications of programming languages, type systems and formal analysis tools ... Given the syntax and semantics of a language, K generates a parser, an interpreter, as well as formal ...

☆ 99 Citato da 87 Articoli correlati Tutte e 5 le versioni

Linguaggi naturali, formali e di programmazione

Linguaggio è un insieme generalmente infinito di stringhe caratterizzate da qualche particolare proprietà

- **Naturali** (nati spontaneamente):
 - non rigorosamente definiti, in continua evoluzione
 - spesso presentano delle ambiguità;
 - hanno però una enorme potenza espressiva.
 - **I linguaggi formali:**
 - completamente definiti mediante regole esplicite,
 - sempre possibile determinare la correttezza (grammaticale) di una proposizione;
 - il significato di ogni frase è sempre privo di ambiguità.
 - però hanno un potere espressivo limitato.
-

Linguaggi naturali, formali e di programmazione

- **Cos'è il Linguaggio Naturale ?**

- Strumento di comunicazione tra persone;
 - Fatti, idee e conoscenze sul mondo esterno ed interiore
 - Emozioni
 - Ordini

- **Cos'è un Linguaggio Formale ?**

Dato un insieme di simboli Σ detto alfabeto, un linguaggio formale è un sottoinsieme di tutte le possibili concatenazioni dei simboli:

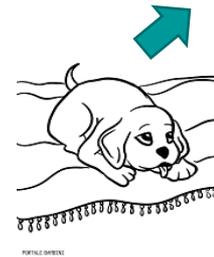
$$L \subseteq \Sigma^*$$

Un linguaggio formale **non è ambiguo** (una concatenazione di simboli ha una interpretazione univoca) ed esprime le sue regole in maniera canonica

Da dove derivano?

Linguaggi naturali

- All'origine dei linguaggi naturali vi è la necessità di comunicare concetti in modo comprensibile .
- Il primo passo è attribuire un significato (semantica) ad una forma, sia essa un disegno, un suono o una o più parole che rispettano alcune regole (*sintassi*).



Cucciolo
di cane

Linguaggi naturali

- Il linguaggio naturale è spesso ambiguo:
 - *Rapina in banca con rivoltella da centomila euro* (rapina effettuata con una rivoltella costosa, o rapina da centomila euro?)
 - *Ci scusiamo dei possibili fastidi causati porgendo cordiali saluti* (fastidi causati dai saluti o si porgono cordiali saluti a seguito dei fastidi?)
 - *Mario ha una vecchia credenza* (in senso di pregiudizio o un mobile)
 - *Mario è un fulmine* (chi è Mario?)
- Per superare l'ambiguità della frase occorre il contesto:
 - ovvero la situazione particolare in cui le frasi vengono usate, costituita dal resto della conversazione, dall'ambiente fisico in cui avviene, dall'identità degli interlocutori

Linguaggi naturali

- Il linguaggio naturale è spesso ridondante:
 - la **ridondanza** è l'uso di parole la cui omissione non costituisce una sostanziale perdita di significato.
 - lunghe perifrasi per un semplice concetto:
 - *Mi sia consentito di esprimere in questa sede e davanti a tale consesso di professori il mio sia pur inesperto pensiero..*
 - *Traduzione* “io penso”
 - Il linguaggio naturale può avere frasi autoreferenziali:
 - L'autoreferenza è un fenomeno nel linguaggio naturale o formale consistente in una frase o formula che si riferisce a se stessa
 - *La proposizione* «*Questa frase è scritta in italiano*» è autoreferenziale
 - *La proposizione* «*Questa frase è falsa*» è vera o falsa?
 - In informatica l'autoreferenza viene riscontrata nel concetto di ricorsione, in cui un algoritmo viene espresso in termini di se stesso.
-

I linguaggi formali

- Si possono costruire eliminando:
 - Ambiguità
 - Ridondanza
 - Autoreferenza
 - ovvero si impedisce che a un'informazione si attribuiscono più significati.
 - Il linguaggio formale può essere utilizzato in diversi contesti:
 - scientifico per indicare una notazione o un formalismo con sintassi e semantica definite in modo preciso
 - legale, amministrativo, in cui si presta cura all'uso corretto di una particolare terminologia al fine di eliminare o ridurre le ambiguità di interpretazione.
 - artistici, per esempio nella composizione della musica.
-

Linguaggi formali vs naturali

- Lo studio della semantica delle lingue naturali è **descrittivo** e a posteriori
 - I segni linguistici si creano ed evolvono informalmente nei processi di comunicazione
 - in semiotica, un segno è definito come «qualcosa che sta per qualcos'altro» ed è considerato una unità discreta di significato
 - I *linguisti* osservano e catalogano gli usi dei segni dove le relazioni lessicali (sinonimia, iponimia) sono sfumati
 - La semantica di un linguaggio formale invece è **prescrittiva** e a priori
 - I significati sono assegnati convenzionalmente e codificati in regole che sono imposte nei processi comunicativi
 - Le regole devono essere coerenti e le assegnazioni precise
 - I *logici* definiscono e realizzano questi segni e regole
-

Linguaggi naturali, formali e di programmazione

Un elaboratore può riconoscere e generare solo Linguaggi Formali, attraverso l'utilizzo di modelli e algoritmi



- *Linguaggi di programmazione*
 - definiti come *il mezzo che ci permette di comunicare al computer la sequenza di operazioni da effettuare per raggiungere un obiettivo prefissato.*

Cosa serve per analizzare un linguaggio?

■ CONOSCENZA LINGUISTICA

- tutta la conoscenza che ha a che vedere con il linguaggio: cos'è una parola? Quali sono le regole per costruire una frase? Qual è il significato di un sintagma?

■ MODELLI (teorie)

- i modelli linguistici hanno lo scopo di catturare la conoscenza linguistica e rappresentarla in una forma comprensibile per il computer

■ ALGORITMI

- strumenti per manipolare i modelli e le strutture linguistiche necessarie per l'analisi e la comprensione del linguaggio

Sintagma (ingl. *phrase*): unità sintattica significativa autonoma; nella frase «Pietro è affezionato a Paolo», i sintagmi sono tre: soggetto (Pietro), predicato (è affezionato), complemento di termine (a Paolo).

Modelli & Ingegneria

Ogni fase di progetto si fonda sull'uso di modelli, in quanto risulta spesso impossibile o poco pratico verificare se la soluzione di un problema sia adeguata o meno, applicandola direttamente al mondo reale.

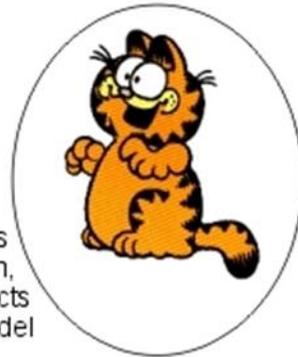
Distinguiamo

- **Modelli fisici**
 - situazione ridotta di quella reale
- **Modelli formali**
 - opera su oggetti matematici che rappresentano le astrazioni delle entità reali che devono essere modellate

Real World Out There



Model



→
Theory
→
Identification of details relevant to description, translation of 'real' objects into variables of the model

Modelli formali

■ MODELLI PROCEDURALI:

- Automi a Stati Finiti
- Trasduttori a Stati Finiti
- Markov Models

■ MODELLI DICHIARATIVI:

- Grammatiche regolari
- Context Free Grammar ...

■ MODELLI LOGICI:

- Calcolo dei Predicati
- Logica Descrittiva...

➤ Solitamente un modello procedurale ha una sua controparte in un modello dichiarativo

=>ad es. *automi vs. grammatiche regolari*

➤ Un modello può essere più o meno complesso da un punto di vista computazionale

=>ad es. *le Context Free Grammar sono più complesse di quelle Regolari*

➤ Nei diversi modelli possono generalmente essere integrati elementi di **probabilità** (*modelli probabilistici*)

Modelli formali

I ***modelli formali*** richiedono

- ***Formalizzazione del problema:***

- la traduzione del problema reale in una notazione propria di qualche formalismo matematico

- ***Risoluzione del problema formalizzato***

- mediante gli strumenti offerti dal formalismo scelto

- ***Interpretazione dei risultati ottenuti dal modello***

- allo scopo di dedurre o valutare le scelte di progetto
-

Modelli formali

Programmi

- ❑ Modelli formali per l'informatica

→ devono conformarsi alla sintassi e semantica del linguaggio di programmazione scelto

La situazione

Realizzazione di funzionalità S/W mediante lo schema:

- ❑ elaboratore programmabile, fornisce azioni elementari
- ❑ programmazione dell'elaboratore tramite un algoritmo
 - specifica una sequenza finita di azioni elementari
- ❑ si fornisce un input, si riceve un output

Modelli formali

I modelli a cui si fa riferimento

■ **Automati**

- ASF (a stati finiti), PDA (a pila), TM (macchina di Turing)
- Diverse azioni elementari fornite => diverso stile computazionale

■ **Grammatiche**

- esprimono la rappresentazione di dati e programmi
 - definiscono la “sintassi” del linguaggio di programmazione
-

Modelli formali

- *Qual è lo stile di programmazione promosso dagli automi?*
 - input e output
 - sequenze di un alfabeto ristretto
 - azioni elementari
 - cambio stato, accesso ad un pila, scrittura su nastro

- elaboratore
 - automa astratto
- il listato del programma
 - una specifica di insiemi matematici e funzioni:
 - insieme degli stati, degli ingressi, delle uscite,...
 - funzione di transizione dello stato (dinamica del sistema)

Modelli formali

Automati

- *Quale ausilio all'ingegneria?*
 - grande espressività concettuale
 - pragmaticamente di difficile utilizzo



- La programmazione di un automa è di difficile comprensione
 - difficile capire se tutta la casistica è stata considerata
 - difficile capire se il diagramma degli stati è corretto
 - difficile intuire il funzionamento “ad occhio”
 - difficile manutenzione
- Non si presta alla soluzione di problemi fondamentali:
 - operazioni matematiche su interi, reali
 - operazioni su strutture dati complesse
 - (es.: elenco dipendenti)
- Anche nei casi più semplici, si hanno automi molto complessi

Modelli formali

Programmazione e Astrazione

- Come in generale accade nei modelli scientifici è necessario avere il giusto livello di astrazione
 - invece di costruire un automa pragmaticamente più espressivo:
 - si definisce un **linguaggio di programmazione**
 - specificando una grammatica
 - **sintassi del linguaggio**
 - descrivendo l'effetto dell'esecuzione di un programma
 - **semantica del linguaggio**
-

Modelli formali

■ *lo scopo*

- ❑ fornire un alto livello d'astrazione sulla computazione
- ❑ mostrare un elaboratore (astratto) che può essere espressivo, potente e utile per le applicazioni

Linguaggio di Programmazione

- ❑ definisce un elaboratore astratto di alto livello
 - ❑ con azioni elementare più potenti
 - ❑ con più flessibilità nell'aggregare tali azioni
 - ❑ semplificando la specifica di algoritmi
-

Modelli formali

Linguaggio di Programmazione

- è definito da due aspetti:
 - **sintassi**
 - quali programmi sono sintatticamente corretti?
 - es.: qual'è la grammatica formale del linguaggio?
 - **semantica**
 - quali programmi sono semanticamente corretti?
 - qual'è l'effetto dell'esecuzione del programma?
-

Sintassi vs. Semantica

- Programma sintatticamente corretto

- soddisfa le regole sintattiche
- cioè, è una sequenza di parole o simboli appartenenti alle giuste categorie sintattiche

- Programma semanticamente corretto

- soddisfa le regole semantiche
- dice se il programma ha senso, se sarà possibile eseguirlo

- Esempio:

- “Il cane gioca in borsa” : è sintatticamente corretta, ma non semanticamente
 - $3 + \text{true} = \text{false}$ è sintatticamente corretta, ma non semanticamente
-

Semantica

Distinguiamo due aspetti fondamentali

- **correttezza semantica (typing)**

- quali tipi di dato possono essere elaborati?
- quali operatori applicabili ad ogni dato?
- quali regole per definire nuovi operatori?

- **effetto dell'esecuzione (semantica operativa)**

- qual è il singolo effetto di ogni azione elementare?
 - qual è l'effetto dell'aggregazione delle azioni?
 - e quindi:
 - qual è l'effetto dell'esecuzione di un certo programma?
 - qual è la funzione realizzata?
-

Linguaggi di programmazione e architettura

Se non esiste **IL** linguaggio di programmazione.

=> E' necessario disporre di linguaggi diversi:

➤ che consentano di rappresentare in modo espressivo e flessibile le computazioni di interesse

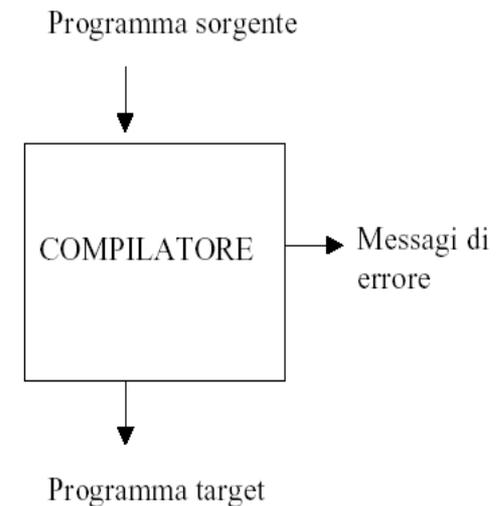
➤ e per ognuno di essi, e indipendentemente dall'H/W, di meccanismi per

❑ trasformare l'algoritmo specificato da un programma

❑ in una esecuzione nell'architettura H/W usata

Traduttore

- Cioè un programma che legge il programma sorgente, scritto in un determinato linguaggio e lo traduce in un altro programma equivalente
- Cerca una corrispondenza fra frasi appartenenti a due linguaggi diversi



Nel caso di linguaggi artificiali può essere intesa in modi differenti:

- Compilazione da un linguaggio ad alto livello al codice macchina
- Trasformazione di un documento HTML al formato Postscript

Traduttore

- Cerca una corrispondenza fra frasi appartenenti a due linguaggi diversi
 - Si individuano due approcci basati sui due modelli per la programmazione
 - **Riconoscitivo**: si avvale di automi che effettuano la traduzione voluta
 - **Generativo**: impiega degli schemi sintattici di traduzione per generare le coppie di frasi che corrispondono nella traduzione
-

Traduttore

Schema a compilazione:

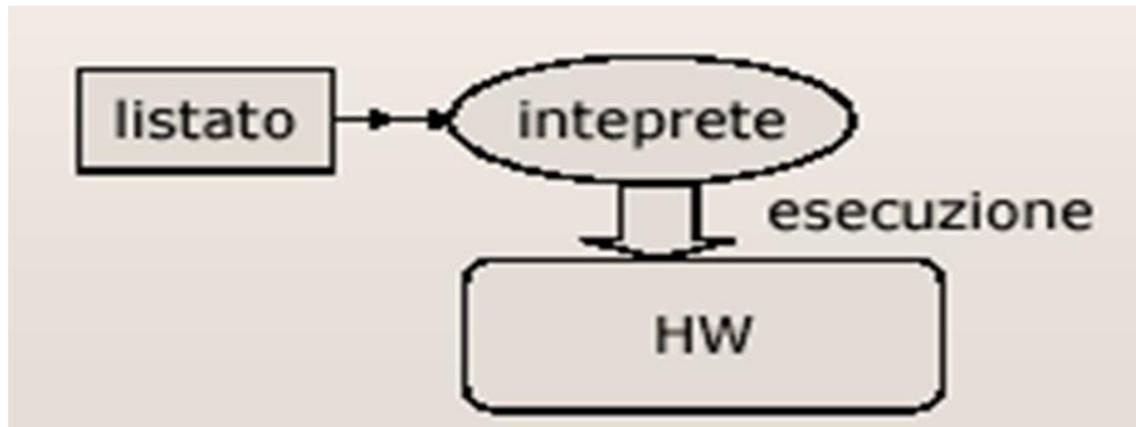
- Una applicazione S/W, chiamata compilatore
 - prende in ingresso il programma
 - listato, o codice sorgente
 - lo traduce nel programma per l'H/W specifico
 - codice binario (es.: un file “.EXE” in Windows)
 - direttamente eseguibile



Traduttore

Schema a interpretazione:

- Una applicazione S/W, chiamata interprete
 - esegue l'applicazione “al volo”:
 - legge il listato, istruzione per istruzione
 - per ognuna, fa eseguire all' H/W le operazioni corrispondenti

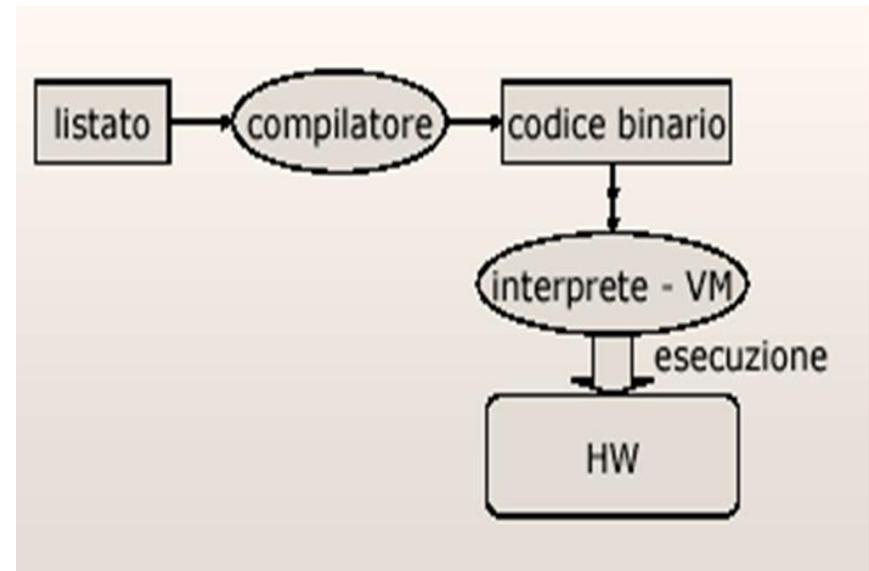


La Java Virtual Machine

Schema ibrido compilazione/interpretazione

Java Virtual Machine

- Il compilatore:
 - a partire dal listato in Java
 - crea del codice binario
 - non per una architettura specifica (Intel, Linux,...)
 - ma per una architettura virtuale (JVM)
- Interpretazione:
 - l'interpretazione viene effettuata dalla JVM
 - è un "simulatore" della architettura virtuale per le architetture effettive



Linguaggi formali

- **Linguaggi formali**
 - Linguaggi formali

Linguaggi formali

- *Perché studiare i linguaggi formali e la teoria degli automi?*
- Perché stanno alla base dei compilatori correnti, delle espressioni regolari, dei parser, dei web-scrapers, del natural language processing (NLP), delle macchine a stato basate sulle catene di Markov, ...



Linguaggi formali

- Linguaggio formale è un linguaggio in cui la forma delle frasi (**sintassi**) e il loro significato (**semantica**) sono definiti in modo preciso e algoritmico
- Linguaggio formale è un linguaggio per cui risulta possibile progettare una procedura algoritmica che verifichi la correttezza grammaticale delle frasi e ne calcoli il significato

➤ **Definizione formale**

Un linguaggio formale è una struttura matematica, costruita a partire da un alfabeto mediante regole assiomatiche (grammatiche formali) o modelli matematici (automi o macchine di Turing)

Definizioni

Alfabeto A: un insieme finito e non vuoto di simboli atomici

Esempio: $A = \{a, b\}$

Stringa o parola dell'alfabeto: è una sequenza finita di simboli dell'alfabeto con lunghezza pari al numero di caratteri

Esempio: a, b, ab, aba, bb, bbaaa,...

- ❖ **01000010** è una stringa definita sull'alfabeto binario $\{0, 1\}$. La sua lunghezza è 8. Essa appartiene quindi a $\{0, 1\}$.
- ❖ La sequenza infinita **010101** ... non appartiene a $\{0, 1\}$.
- ❖ **abracadabra** è una stringa definita sull'alfabeto italiano. La sua lunghezza è 11.

Definizioni

- Si definisce **concatenazione** l'operazione (denotata \circ) che consiste nel giustapporre due stringhe. La concatenazione è un'operazione associativa ma non commutativa.
 - $salva \circ gente = salvagente$
 - $abb \circ bba = abbbba \neq bba \circ abb = bbaabb$
 - $((abb \circ b) \circ ba) = (abb \circ (b \circ ba)) = abbbba$
 - Per indicare la ripetizione di simboli o più in generale la concatenazione di due o più stringhe uguali si usa il simbolo di potenza.
 - $ab^4a = abbbba$
 - $w^3 = www$
 - se $x = \text{cous}$, con x^2 si indica la stringa couscous .
-

Definizioni

Linguaggio Il linguaggio L su un alfabeto A è un insieme di stringhe di A^* , sottoinsieme di tutte le stringhe di lunghezza arbitraria ma finite possibili su A . Esiste la stringa vuota.

- Frase di un linguaggio: stringa finita appartenente a quel linguaggio

Dato l'alfabeto $\{a, b\}$, l'insieme $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ è il linguaggio di tutte le stringhe costituite da una sequenza di n a ($n \geq 0$), seguite da altrettante b . $aaabbb \in L$; $\epsilon \in L$; $aaabb \notin L$.

Dato l'alfabeto $\{I, V, X, L, C, D, M\}$, l'insieme di tutti i numeri da 1 a 3000 rappresentati come numeri romani è un linguaggio.

Dato l'alfabeto $\{0, 1\}$ l'insieme di tutte le stringhe che contengono un numero pari di 1 è un linguaggio.

Definizioni

Esempio linguaggio naturale

il linguaggio delle frasi in italiano

- Alfabeto: $A = \{a, b, \dots, z, \langle \text{spazio} \rangle\}$
- Stringhe dell'alfabeto:
"casa", "la porta", "agsdh asg dh"
- Frasi della lingua italiana:
"il cane dorme", ...

Esempio: linguaggio di programmazione

alfabeto di un linguaggio di programmazione

- $A = \{\text{if, else, =, A, 0, =, +, 1, 2, (,)}\}$
- Stringhe:
 $A = a+2, \text{if } (A == 0) A = A+2, A = A+A, \text{if else } A, \text{if} = A, \dots$
- Frasi
 $A = A+A, A = A+2, \text{if } (A == 0) A = A+2$

Definizioni

- Non tutti i linguaggi su un dato alfabeto sono interessanti.
- Si cerca un linguaggio le cui stringhe hanno struttura particolare:
 - ❖ il linguaggio costituito da stringhe di parentesi bilanciate del tipo:
 $((()((()))())$,
 - ❖ il linguaggio costituito da espressioni aritmetiche contenenti identificatori di variabili e simboli delle quattro operazioni,
 - ❖ il linguaggio costituito da tutti i programmi sintatticamente corretti (cioè accettati da un compilatore senza segnalazione di errore) scritti nel linguaggio C.

Definizioni

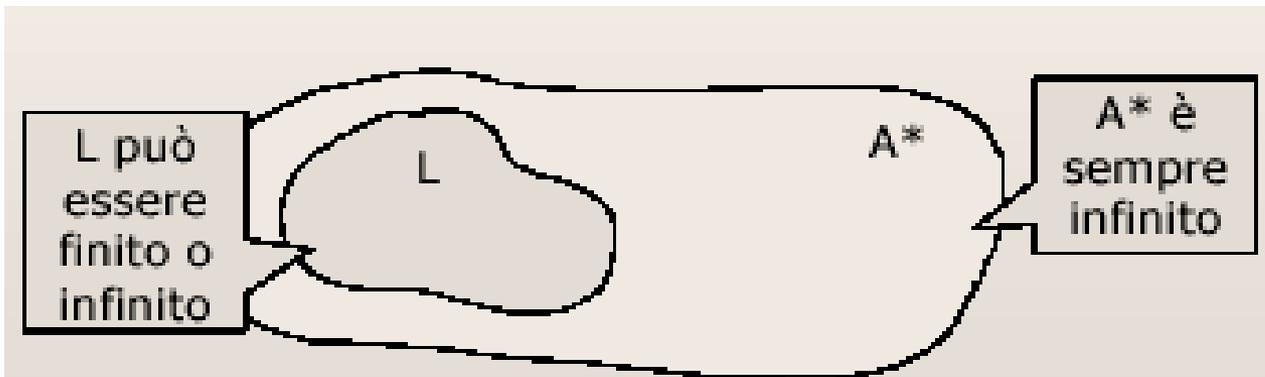
✓ Cardinalità di un linguaggio

il numero di frasi di quel linguaggio

- linguaggio finito: cardinalità finita
- linguaggio infinito: cardinalità infinita

✓ Chiusura dell'alfabeto A

linguaggio più grande dell'alfabeto A, quello che contiene tutte le stringhe dell'alfabeto



A^* è l'insieme dei linguaggi su A

Specifiche del linguaggio dato l'alfabeto

- Se il linguaggio è **finito**
 - basta elencare le sue frasi
- Se il linguaggio è **infinito**
 - non possiamo elencare le frasi
 - bisogna trovare una notazione per descriverne tutte e sole le frasi del linguaggio
 - e ovviamente, tale notazione deve essere finita

Problema: Elencare tutte le frasi valide che sono in numero infinito

- ⇒ Rappresentare un numero infinito di casi mediante una descrizione finita
- **Soluzione: algoritmo di enumerazione**

Oss.: eseguendo l'algoritmo (che è un insieme finito di regole di calcolo) si produce l'enumerazione delle frasi del linguaggio: senza fine se il linguaggio ne contiene un numero illimitato.

Operazioni sui linguaggi

Siano $L1$ ed $L2$ linguaggi su un alfabeto Σ^*

- **Unione** $L1 \cup L2 = \{x \in \Sigma^* \mid x \in L1 \vee x \in L2\}$
- **Intersezione** $L1 \cap L2 = \{x \in \Sigma^* \mid x \in L1 \wedge x \in L2\}$
- **Complementazione** $L1^c = \{x \in \Sigma^* \mid x \notin L1\}$
- **Concatenazione (prodotto) di linguaggi**
 $L1 \circ L2 = \{x \in \Sigma^* \mid \text{esistono } x1 \text{ ed } x2 \text{ tali che } x1 \in L1 \wedge x2 \in L2 \text{ e } x=x1 \circ x2\}$

Esempio $L1 = \{\text{Buona}\}$, $L2 = \{\text{serata, notte}\}$, $L3 = \{\text{Luca, Paolo}\}$

$L1 \circ L2 \circ L3 = \{\text{Buona serata Luca, Buona notte Luca, Buona serata Paolo, Buona Notte Paolo}\}$

Operazioni sui linguaggi

■ potenza di un linguaggio

Dato un linguaggio L

$$L^h = L \circ L^{h-1}, h \geq 1 \quad L^0 = \{\epsilon\} \text{ per convenzione.}$$

Quindi: $L^1 = L$, $L^2 = L \circ L$ ecc.

Esempio Sia $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ $L_2 = L_1 \circ L_1 = \{a^n b^n a^m b^m \mid n, m \geq 1\}$
 $aaabbbbaabb \in L_2$, $aaabbbbaabbb \in L_2$, $aaabbaabb \notin L_2$

Operazioni sui linguaggi

■ Iterazione di un linguaggio

Dato un linguaggio L

$$L^* = \bigcup_{h=0}^{\infty} L^h$$

Con $\varepsilon \in L^*$ per definizione

- Se si vuole indicare il linguaggio L^* escludendo la stringa vuota si usa il simbolo L^+

$L = \{ab, aab\}$, $L^* = \{\varepsilon, ab, aab, abab, abaab, aabab, aabaab, \text{ecc.}\}$

Esempi

$L = \{a, b\}$, L^* contiene tutte le stringhe definite sui due simboli a e b , inclusa la stringa vuota

$L = \{aa, bb\}$, L^* contiene tutte le stringhe costituite da un numero pari di a e un numero pari di b , inclusa la stringa vuota

Definizione di un linguaggio

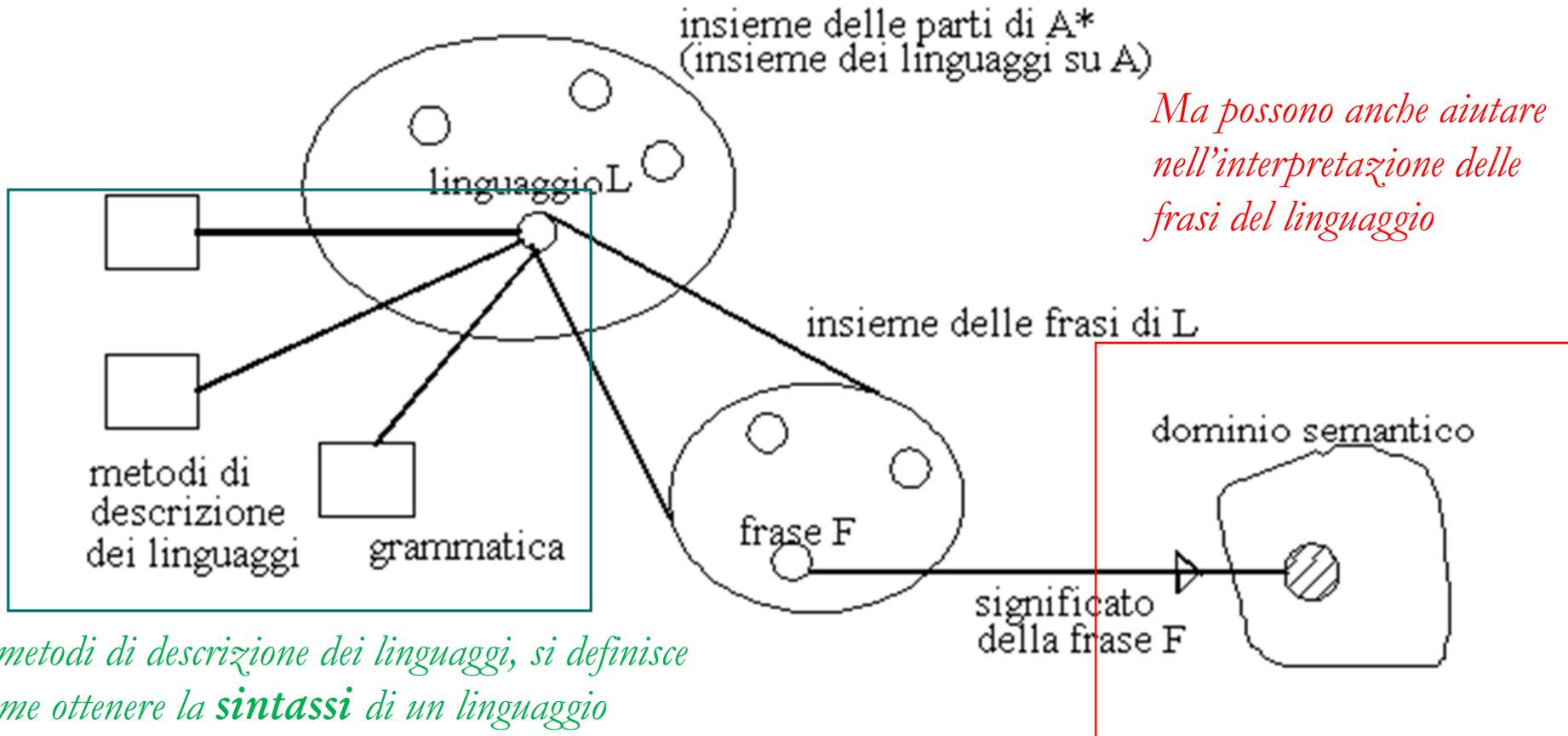
Vi sono diversi approcci:

- ❖ **Algebrico** il linguaggio è costruito a partire da linguaggi più elementari utilizzando operazioni su linguaggi
- ❖ **Generativo** si definisce una grammatica composta dalle regole strutturali che devono essere soddisfatte dalle stringhe del linguaggio
- ❖ **Riconoscitivo** si realizza una 'macchina' (un algoritmo di riconoscimento) che ricevendo una stringa in input dice se essa appartiene o no al linguaggio.

Oss.: Non tutti i linguaggi possono essere riconosciuti mediante programmi di calcolatore (o, equivalentemente, mediante algoritmi) e non tutti possono essere definiti mediante grammatiche.

Sintassi e Semantica di un linguaggio

$A = \{0,1\}$ alfabeto binario



*I metodi di descrizione dei linguaggi, si definisce come ottenere la **sintassi** di un linguaggio*

Linguaggi formali

- **Espressioni regolari**
 - Approccio algebrico

Espressioni regolari

- ❖ *Quali linguaggi possono essere rappresentati mediante espressioni regolari?*
- I linguaggi rappresentabili con espressioni regolari sono una sottoclasse piccola (ma utile) di tutti i possibili linguaggi: **la classe dei linguaggi regolari** (linguaggi di tipo 3 nella classifica di Chomsky)

Oss.: *Per rappresentare espressioni aritmetiche o linguaggi di programmazione sono necessari linguaggi di tipo 2, più potenti: l'utilizzo dei linguaggi regolari permette di rappresentare, per esempio, un'algebra di Boole, ma non sono in grado di fare tutti i tipi di conteggi e per questo sono anche chiamati «non-counting»*

Linguaggi regolari *Osservazione*

Si possono descrivere con tutti i tre approcci descritti precedentemente:

- **Algebrico** *Espressioni Regolari (RE)*
 - descrivono la struttura delle stringhe del linguaggio
 - **Generativo** *Grammatiche regolari (RG)*
 - definiscono un modello generativo delle stringhe
 - **Riconoscitivo** *Automati a Stati Finiti (FSA)*
 - Un automa definisce un riconoscitore per stabilire se una stringa appartiene ad un dato linguaggio regolare
 - La scelta del formalismo dipende dallo scopo dell'applicazione
-

Espressioni regolari *nei linguaggi formali*

- Le espressioni regolari sono quindi un metodo per rappresentare linguaggi.
 - Ad ogni espressione regolare 'e' corrisponde il linguaggio L(e) che essa rappresenta.
 - La rappresentazione è basata sulle operazioni che ci permettono di definire L(e) a partire da linguaggi elementari.
 - In una espressione regolare usiamo il **simbolo +** per indicare l'**unione** di linguaggi, il **simbolo ·** (o semplicemente **nessun** simbolo) per indicare la **concatenazione** e il **simbolo *** per indicare l'**iterazione**.
-

Espressioni regolari *nei linguaggi formali*

- *Esempio*: si vuole rappresentare il linguaggio costituito da tutte le stringhe che
 1. cominciano con a ,
 2. proseguono con un numero arbitrario (anche nullo) di b
 3. e terminano con la stringa bab o con la stringa aba
- possiamo scrivere

$$ab^*(bab+aba)$$

Espressioni regolari *nei linguaggi formali*

Dato un alfabeto Σ , si dice espressione regolare una stringa r sull'alfabeto

$$(\Sigma \cup \{+, *, (,), \dots, \emptyset\})$$

tale che:

1. $r = \emptyset$ oppure

2. $r \in \Sigma$ oppure

3. $r = (s+t)$ oppure $r = (s.t)$ oppure $r = s^*$, dove s e t sono

essere stesse espressioni regolari

- Il significato di essa (cioè il linguaggio $L(e)$ da essa rappresentato) è **definito induttivamente** come segue:

espressione linguaggio

\emptyset insieme vuoto

a $\{a\}$ (per ogni simbolo $a \in \Sigma$)

$(s+t)$, $(s.t)$, s^* rispettivamente $L(s) \cup L(t)$, $L(s) \circ L(t)$, $L(s)^*$

Espressioni regolari *nei linguaggi formali*

Esempio:

Data l'espressione $r = (((a.a) + b) . c^*)$ abbiamo

$$L(r) = L(((a.a) + b) . c^*) = L((a.a) + b) \circ L(c^*)$$

in cui

$$L((a.a) + b) = L(a.a) \cup L(b) \text{ e } L(c^*) = (L(c))^*.$$

Inoltre

$$L(a.a) = L(a) \circ L(a)$$

Quindi

$$L(r) = ((L(a) \circ L(a)) \cup L(b)) \circ (L(c))^*$$

dove $L(a) = \{a\}$, $L(b) = \{b\}$, $L(c) = \{c\}$ sono i linguaggi elementari costituiti da una sola stringa di un solo carattere.

Ossia $L(r) = \{aa, b, aac, bc, aacc, bcc, \dots\}$ cioè il linguaggio costituito da tutte le stringhe che iniziano con aa o b e proseguono con un numero arbitrario (anche nullo) di c .

Espressioni regolari *nei linguaggi formali*

Esempi

Scrivere l'espressione regolare sull'alfabeto $\{0,1\}$

1. che denota il linguaggio formato da tutte le stringhe che contengono "101" come sottostringa

1. $(0 + 1)^* .101. (0 + 1)^*$

2. Tutte le sequenze alternate (cioè non contengono 00 o 11) di 0 e 1 che iniziano e finiscono per 1 o che iniziano e finiscono per 0

1. $(1.0)^*1+(0.1)^*0$

3. Tutte le sequenze con un numero dispari di 1

1. $(1+101^*0)^*$

2. oppure $1^*(01^*01)^*$

Espressioni regolari: *Storia*

- Termine coniato dal matematico S. Kleene ('50)
- Anni '60 entrarono nel mondo UNIX (editor QED di Thompson che metteva a disposizione, dalla sua interfaccia a riga di comando, il comando global regular expression print (grep))
- Negli anni '80 furono implementate nel linguaggio PERL
- *Sono un formidabile metodo formale di descrivere i pattern da trovare*
 - utilizzate principalmente per la ricerca e la sostituzione di porzioni del testo.

Oss.: Sono uno strumento importante nell'informatica teorica dove , per esempio, sono utilizzate per rappresentare tutti i possibili cammini su un grafo.

Espressioni regolari: *Pattern Matching*

- Una **espressione regolare** è una sequenza di simboli che identifica un insieme di stringhe tramite l'utilizzo di «metacaratteri»
- Si può quindi ricercare in un testo il pattern rappresentato da un'espressione regolare dove:
 - ogni carattere corrisponde a se stesso (quindi ritrova sé stesso) a meno che non si tratti di un metacarattere;
 - i metacaratteri sono quindi quei caratteri che cambiano il comportamento della corrispondenza di pattern:
 - $\wedge \ \$ \ (\) \ \backslash \ | \ @ \ [\ { \ ? \ . \ + \ *$

Esempio.: la stringa «pippo» trova tutte le occorrenze di pippo
la stringa «.atto» trova ogni stringa di cinque caratteri come gatto, matto o patto

Espressioni regolari: *Pattern Matching*

Regole del gioco ...

- Generalmente, le corrispondenze di pattern iniziano a sinistra della stringa obiettivo e procedono verso destra;
 - Le corrispondenze di pattern restituiscono vero (in qualsiasi contesto) solo se l'intero pattern è presente nella stringa obiettivo;
 - E' trovata per prima, la prima corrispondenza possibile (quella più a sinistra) nella stringa obiettivo.
 - Le espressioni regolari non lasciano indietro una buona corrispondenza per cercarne un'altra;
 - Si prende la prima corrispondenza più grande possibile.
 - L'espressione regolare potrebbe trovare subito una corrispondenza e cercare di estenderla il più possibile.
 - Le espressioni regolari cercano di estendere quanto più possibile la corrispondenza.
-

Espressioni regolari: *Pattern Matching*

Sintassi per il Pattern Matching con espressioni regolari su base UNIX

- [...] per includere uno qualsiasi dei caratteri definiti in parentesi
- E' possibile specificare singoli caratteri o intervalli di caratteri adiacenti
 - (es. A-Z per indicare tutte le lettere alfabetiche maiuscole)
 - es. [a-zA-Z] riconosce una qualsiasi lettera alfabetica minuscola oppure A, B, o C
- [^...] per escludere uno qualsiasi dei caratteri in parentesi
 - es. [^0-9] riconosce qualsiasi carattere non numerico
- \ -escape- per segnalare sequenze speciali o considerare caratteri speciali come caratteri normali
 - es. \? Cerca il ?

Espressioni regolari: *Pattern Matching*

Sintassi ...su base UNIX

- simboli speciali per identificare un carattere ...
 - es. `\d` = numerico, ossia `[0-9]`
 - es. `\D` = non numerico, ossia `[^0-9]`
- `|` - or logico - per esprimere un'alternativa tra due espressioni
 - sintassi: `regexp1 | regexp2`
 - es. `"A|B"` riconosce sia il carattere A sia il carattere B
- `.` indica un carattere qualsiasi
 - es. `"A.B"` riconosce la stringa `AoB` e quella `AuB`, ma anche `AOB`
- `^` corrisponde all'inizio della stringa
 - sintassi: `^regexp`
 - es. `"^parma"` trova «Parma, domenica ...» ma non «A parma , domenica...»B
- `$` corrisponde alla fine della stringa

Espressioni regolari: *Pattern Matching*

Sintassi ...su base UNIX

- Usa le (...) per raggruppare espressioni e creare clausole complesse
 - es. `ga(zz|tt)a` trova sia gazza che gatta
 - Si può specificare la numerosità dei composti con le graffe es. "`\d{3,5}`" riconosce numeri composti da almeno tre cifre ed al massimo da cinque
 - * indica zero o più occorrenze di un'espressione
 - `es(ab)*` riconosce sequenze di «ab» di qualsiasi lunghezza, come «ab» o «abab» ma anche la stringa vuota
 - + indica una o più occorrenze di un'espressione
 - `es(ab)+` riconosce sequenze di «ab» di qualsiasi lunghezza, come «ab» o «abab»
 - ? indica zero o al più una occorrenza di un'espressione
 - `es(ab)?` riconosce sequenze di «ab» ma non «abab»
-

Espressioni regolari: *Pattern Matching*

Esempi

Validazione dei dati di un form

```
function verifica(d) {  
  var expr=/^\d{2}-\d{2}-\d{4}$/  
  if (expr.test(d))  
    window.alert(d+": formato corretto")  
  else  
    window.alert(d+": formato errato")  
}
```

```
<form>  
  data (gg-mm-aaaa) <input type="text" name="data">  
  <input type="button" value="verifica"  
    onclick="verifica(data.value)">  
</form>
```

Espressioni regolari: *Pattern Matching*

Esempi

- Validare un nome a dominio

`^[a-z0-9\-\.]+\.(it|com|org|net|eu|mobi)$`

- Verificare che un file abbia una data estensione

`^+\.zip$`

- Validazione di un email

`^[a-z0-9_]+@[a-z0-9\-\.]+\.[a-z0-9\-\.]+$`

Espressioni regolari: *Pattern Matching*

Esempi

- Validare un codice fiscale

```
^[a-z]{6}[0-9]{2}[a-z][0-9]{2}[a-z][0-9]{3}[a-z]$
```

BIANCHI MARIO, Nato a **ROMA** il **20/01/1970**

Cognome	Nome	Anno	Mese	Giorno	Comune	Codice Controllo
BNC	MRA	70	A	20	H501	B

Il Codice Fiscale e' costituito da **16 caratteri** alfanumerici, indicativi dei dati anagrafici della persona fisica, composti nel seguente modo:

- 3 caratteri alfabetici per il cognome;
- 3 caratteri alfabetici per il nome;
- 2 caratteri numerici per l'anno di nascita;
- 1 carattere alfabetico per il mese di nascita;
- 2 caratteri numerici per il giorno di nascita ed il sesso;
- 4 caratteri associati al Comune oppure allo Stato estero di nascita.
- 1 carattere alfabetico usato come carattere di controllo

Espressioni regolari: *AWK*

- E' un linguaggio di programmazione interpretato **orientato alla manipolazione di dati di tipo testuale**, sia in forma di file che di flusso di dati provenienti dallo standard input
 - <https://it.wikipedia.org/wiki/awk>
- Implementazione GNU, detta **gawk**
- Rappresenta un filtro generico per files di testo basato su pattern-matching e programmabile con un linguaggio molto simile al C ma di utilizzo molto più semplificato.
- Elabora una riga alla volta dei files di input, eseguendo azioni diverse a seconda che la riga stessa soddisfi certe condizioni o contenga certi patterns.

```
pattern { azione }
```

```
pattern { azione }
```

```
...
```

Espressioni regolari: *AWK*

- Un programma AWK è costituito da una serie di coppie pattern-azione
 - Un pattern può essere costituito da:
 - ***/espressione regolare/***
 - il pattern risulta vero per tutte le righe che soddisfano l'espressione regolare in questione
 - ***espressione***
 - una qualsiasi espressione C risulta vera se il suo risultato finale è diverso da zero e dalla stringa vuota.
 - ***pattern vuoto***
 - un pattern vuoto, cioè mancante, è soddisfatto da qualsiasi riga di input e pertanto la corrispondente azione viene sempre eseguita, a meno che una delle azioni precedenti decida di saltare al record successivo.
-

Espressioni regolari: *AWK*

ESEMPIO

- Regola che dice di stampare la riga di input quando questa contiene la stringa 'MARIO'. Tutto ciò che non contiene MARIO viene letto ma non stampato in output
 - ❑ `cat elenco.txt | awk '/MARIO/ { print }'`
oppure semplicemente
 - ❑ `cat elenco.txt | awk '/MARIO/'`
-

Calcolo espressioni regolari online

regex

- <http://www.zytrax.com/tech/web/regex.htm>
- il Test (in javascript)
- <http://www.zytrax.com/tech/web/regex.htm#experiment>

String: BNCMRA70A20H501B

RE: `^[a-z]{6}[0-9]{2}[a-z][0-9]{2}[a-z][0-9]{3}[a-z]$`

Options: Case Insensitive: Results Only:

Clear

Search

Results: First match: BNCMRA70A20H501B at position 1

Calcolo espressioni regolari online

- Altri:
 - <https://regex101.com/>
 - In questo sono salvate le «Top Regular Expressions»
 - <https://www.regexpal.com/>
 - Questo sistema funziona come un generatore di espressioni regolari. Invece di provare a creare l'espressione regolare, si inizia con la stringa che si desidera cercare
 - <https://txt2re.com/>
 - Un «Ruby regular expression editor» con riferimento ad un «Programming Ruby pragmatic user guide»
 - <http://rubular.com/>
-